Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Новосибирский государственный технический университет»
Кафедра полупроводниковых приборов и микроэлектроники

Паспорт
расчетно-графического задания (работы)

по дисциплине «Методы математической физики», 4 семестр

1. Методика оценки

Выполнение расчетно-графического задания (работы) (далее - РГЗ(Р)) является формой текущей аттестации (контроля) по дисциплине, предусмотренной учебным планом.

РГЗ(Р) проводится по темам практических занятий и состоит из трех частей.

РГЗ(Р) выполняется индивидуально

Количество заданий достаточно для обеспечения, каждого обучающегося индивидуальным заданием РГЗ(Р).

Замена задания РГЗ(Р) осуществляется по согласованию с преподавателем из числа резервных (не занятых) заданий.

Преподаватель осуществляет руководство по выполнению задания, оказывает консультационную помощь и принимает отчет по РГЗ(Р).

2. Критерии оценки результатов обучения, соотнесенных с уровнями освоения индикаторов достижения компетенций

Общие правила выставления оценок текущей аттестации определяются балльно-рейтинговой системой, установленной локальным актом НГТУ.

РГЗ(Р) считается выполненной **на продвинутом** уровне, если все необходимые расчеты произведены самостоятельно и без ошибок; все разделы РГЗ(Р) выполнены правильно и в полном объеме; работа оформлена в соответствии с требованиями; сдана преподавателю в указанные сроки и не возвращалась для доработки; даны полные и развернутые выводы и рекомендации; на защите студентом даны уверенные и аргументированные ответы. Совокупность запланированных результатов и соотнесенных с ними индикаторов достижения компетенций не содержит пробелов. Закрепленные за РГЗ(Р) компетенции сформированы на продвинутом уровне. Оценка составляет *от 36 до 40 баллов.*

РГЗ(Р) считается выполненной **на базовом** уровне, если все необходимые расчеты произведены самостоятельно и без существенных ошибок; все разделы РГЗ(Р) выполнены правильно, но есть замечания к полноте предоставления информации; работа оформлена в соответствии с требованиями; сдана преподавателю в указанные сроки и однократно возвращалась студенту для незначительной доработки; в заключении даны выводы и рекомендации; на защите студентом допущены непринципиальные ошибки. Совокупность запланированных результатов и соотнесенных с ними индикаторов достижения компетенций содержит несущественные пробелы. Закрепленные за РГЗ(Р) компетенции сформированы на базовом уровне. Оценка составляет *от 30 до 35 баллов.*

РГЗ(Р) считается выполненной **на пороговом** уровне, если все необходимые расчеты произведены самостоятельно, но с ошибками, часть из которых носит принципиальный характер; есть замечания к полноте предоставления информации; работа

оформлена в соответствии с требованиями; сдана преподавателю, но неоднократно возвращалась студенту для доработки; в заключении даны краткие выводы; защита РГЗ(Р) вызывает у студента серьезные затруднения. Совокупность запланированных результатов и соотнесенных с ними индикаторов достижения компетенций содержит существенные пробелы. Закрепленные за РГЗ(Р) компетенции сформированы на пороговом уровне. Оценка составляет *от 20 до 29 баллов.*

РГЗ(Р) считается **не выполненной** (ниже порогового уровня), если расчеты произведены с серьезными ошибками; есть замечания к полноте предоставления информации и оформлению; РГЗ(Р) была сдана преподавателю, но неоднократно возвращалась студенту для доработки, что не привело к улучшению ее качества; РГЗ(Р) не допущена до защиты, что свидетельствует о неудовлетворительном уровне достигнутых студентом результатов. Совокупность запланированных результатов и соотнесенных с ними индикаторов достижения компетенций содержит множественные существенные пробелы. Закрепленные за РГЗ(Р) компетенции не сформированы. Оценка составляет менее *20 баллов*.

3. Шкала оценки

В общей оценке по дисциплине баллы за РГЗ(Р) учитываются в соответствии с правилами балльно-рейтинговой системы, приведенными в рабочей программе дисциплины.

РГЗ(Р) как форма текущей аттестации (контроля) по дисциплине считается успешно выполненной, если сумма полученных баллов по всем его заданиям составляет от 20 до 40 баллов включительно.

4. Примерный перечень заданий РГЗ(Р)

Часть 1

Доказать:

1.1. $F_k\{x^n f^{(m)}(x)\} = (-1)^n (2\pi i)^{m-n} \frac{d^n}{dk^n}[k^m \hat{f}(k)].$

1.2. $F_k\{e^{i2\pi k_0 x} f^{(m)}(x)]\} = [i2\pi(k-k_0)]^m \ \hat{f}(k-k_0).$

1.3. $F_k\{ f[a(x+b)]\} = \frac{1}{|a|} e^{i2\pi bk} \ \hat{f}(k/a),$

$F_k\{ f(ax+b)\} = \frac{1}{|a|} e^{i2\pi(b/a)k} \ \hat{f}(k/a).$

1.4. $F_k\{ f^*[a(x+b)]\} = \frac{1}{|a|} e^{i2\pi bk} \ \hat{f}^*(-k/a).$

1.5. $F_k\{x^n f[a(x+b)]\} = \frac{1}{|a|}\left(\frac{i}{2\pi}\right)^n \frac{d^n}{dk^n}\left[e^{i2\pi bk} \ \hat{f}(k/a)\right].$

1.6. $F_k\{e^{i2\pi k_0 x} f[a(x+b)]\} = \frac{1}{|a|} e^{i2\pi b(k-k_0)} \ \hat{f}\left(\frac{k-k_0}{a}\right).$

1.7. $F_k\{ f(x+b) + f(x-b)\} = 2\cos(2\pi bk) \ \hat{f}(k),$

$$F_k\{f(x+b)-f(x-b)\}=2i\sin(2\pi bk)\ \hat{f}(k).$$

1.8. $$F_k\{f(x)\cos(2\pi k_0x)\}=\frac{1}{2}[\hat{f}(k-k_0)+\hat{f}(k+k_0)],$$

$$F_k\{f(x)\sin(2\pi k_0x)\}=\frac{1}{2i}[\hat{f}(k-k_0)-\hat{f}(k+k_0)].$$

1.9. $$F_k\left\{\frac{d^m f[a(x+b)]}{dx^m}\right\}=\frac{1}{|a|}(i2\pi k)^m e^{i2\pi bk}\ \hat{f}\left(\frac{k}{a}\right).$$

1.10. $$\frac{d^m f(ax)}{dx^m}=\frac{1}{|a|}\left(\frac{2\pi i}{a}\right)^m\int\limits_{-\infty}^{\infty}k^m\tilde{f}\left(\frac{k}{a}\right)e^{i2\pi kx}dk.$$

Часть 2

2.1. Для символа Похгаммера

$$(z)_n\equiv z(z+1)(z+2)\cdot\ldots\cdot(z+n-1)$$

доказать

$$(1)_n=n!,\quad (z)_n=\frac{\Gamma(z+n)}{\Gamma(z)},\quad (-z)_n=(-1)^n(z-n+1)_n.$$

2.2. Доказать $z(z-1)(z-2)\cdot\ldots\cdot(z-n)=\dfrac{\Gamma(z+1)}{\Gamma(z-n)}.$

2.3. Доказать $$\frac{\Gamma(z)}{\Gamma(z\mp n)}=(-1)^n\frac{\Gamma(1\pm n-z)}{\Gamma(1-z)},$$

$$\frac{\Gamma(z)\,\Gamma(-z)}{\Gamma(z-n)\,\Gamma(n-z)}=(-1)^n\frac{z-n}{z}.$$

2.4. Для целого n доказать

$$\Gamma\left(n+\frac{3}{2}\right)=\frac{2n+1}{2}\frac{(2n)!}{2^{2n}n!}\sqrt{\pi},$$

$$\Gamma\left(n-\frac{1}{2}\right)=\frac{2}{2n-1}\frac{(2n)!}{2^{2n}n!}\sqrt{\pi},$$

$$\Gamma\left(-n-\frac{1}{2}\right)=(-1)^{n+1}2^{2n+2}\frac{(n+1)!}{(2n+2)!}\sqrt{\pi}.$$

2.5. Доказать $\Gamma(z-n)\,\Gamma(n-z)=\dfrac{(-1)^n\pi}{(n-z)\sin\pi z}$, n – целое, z – не целое.

2.6. Доказать $\Gamma(2x)\sin(\pi x)=\sqrt{\pi}\,2^{2x-1}\dfrac{\Gamma(x+1/2)}{\Gamma(1-x)}.$

2.7. При $n=1,2,3,\ldots$ доказать

$$\lim_{\varepsilon\to0}\Gamma[2(1-n-\varepsilon)]\sin[\pi(n+\varepsilon)]=\frac{(-1)^{n+1}}{(2n-2)!}\frac{\pi}{2}.$$

2.8. Доказать $\int_0^\infty x^{2n+1} e^{-ax^2}\,dx = \frac{n!}{2a^{n+1}},\ a>0.$

2.9. Доказать $\int_{-\infty}^{\infty} e^{iay^2}\,dy = \sqrt{\frac{\pi}{|a|}}\, e^{i(\operatorname{sgn} a)\pi/4},$

$$\int_0^\infty \cos(ay^2)\,dy = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{2|a|}},$$

$$\int_0^\infty \sin(ay^2)\,dy = \operatorname{sgn}(a)\,\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{2|a|}}.$$

2.10. Доказать $\int_{-\infty}^{\infty} x^{2n} e^{-ax^2}\,dx = \sqrt{\pi}\,\frac{1\cdot 3\cdot 5\cdot \ldots \cdot (2n-1)}{2^n\, a^{n+1/2}},\ n>0.$

Часть 3

Для гармонического осциллятора доказать:

3.1. $(x^3)_{n,n+1} = 3[(n+1)/2]^{3/2}.$

3.2. $(x^3)_{n,n+3} = [(n+1)(n+2)(n+3)/2]^{1/2}/2.$

3.3. $(x^3)_{n,n-3} = [n(n-1)(n-2)/2]^{1/2}/2.$

3.4.

$$\left(x\frac{d}{dx}\right)_{m,n} = \frac{1}{2}\left[\sqrt{n(n-1)}\,\delta_{m,n-2} - \delta_{m,n} - \sqrt{(n+1)(n+2)}\,\delta_{m,n+2}\right].$$

3.5.

$$x^2\psi_n = \frac{1}{2}\sqrt{n(n-1)}\,\psi_{n-2} + \left(n+\frac{1}{2}\right)\psi_n + \frac{1}{2}\sqrt{(n+1)(n+2)}\,\psi_{n+2}.$$

3.6.

$$x^3\psi_n = \frac{1}{2\sqrt{2}}\left[\sqrt{(n+1)(n+2)(n+3)}\,\psi_{n+3} + 3(n+1)\sqrt{n+1}\,\psi_{n+1} + \right.$$
$$\left. + 3n\sqrt{n}\,\psi_{n-1} + \sqrt{n(n-1)(n-2)}\,\psi_{n-3}\right].$$

3.7.

$$\frac{d^2\psi_n}{dx^2} = \frac{1}{2}\sqrt{n(n-1)}\,\psi_{n-2} - \left(n+\frac{1}{2}\right)\psi_n + \frac{1}{2}\sqrt{(n+1)(n+2)}\,\psi_{n+2}.$$

3.8. Для безразмерной координаты

$$(k+1)\,(x^{k+1})_{n,m} - \frac{k(n+m+2)}{2}\,(x^{k-1})_{n,m} - \frac{k(k-1)(k-2)}{4}\,(x^{k-3})_{n,m} +$$

$$+n\left[\sqrt{\frac{m}{2}}(x^k)_{n,m-1}-\sqrt{\frac{m+1}{2}}(x^k)_{n,m+1}\right]+m\left[\sqrt{\frac{n}{2}}(x^k)_{n-1,m}-\sqrt{\frac{n+1}{2}}(x^k)_{n+1,m}\right]=0\,.$$

3.9. Для безразмерной координаты

$$\sqrt{2(n+1)}\,(x^k)_{n,n+1}-\sqrt{2n}\,(x^k)_{n,n-1}=k\,(x^{k-1})_{n,n}\,.$$

3.10. Доказать соотношение ортогональности

$$\int_{-\infty}^{\infty} x^m\,\psi_n(x)\,\psi_{n'}(x)\,dx=0\,,\quad m=0,1,\ldots,(n-n')\geq 1.$$